

**Exercice 1**

Soit un vitrage simple d'épaisseur 5 mm, de coefficient de conductivité thermique  $\lambda = 1,15 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . La température intérieure est 22°C, la température extérieure 10°C.

Calculer la résistance thermique du vitrage.

Déterminer le flux thermique dissipé à travers ce vitrage pour une surface de 10 m<sup>2</sup>.

**Exercice 2**

Soit un cylindre d'axe  $Oz$ , conducteur, creux, de conductivité électrique  $\gamma$  et de conductivité thermique  $\lambda$ . Le cylindre est parcouru par une intensité  $I$  selon  $Oz$ , répartie uniformément dans la section, responsable d'une puissance thermique volumique  $p_0$  positive, uniforme et constante.

On se place en régime stationnaire. La température intérieure est  $T_1$  uniforme et constante.

1. Montrer que le vecteur densité de flux thermique s'exprime par  $j_q = ar + \frac{b}{r}$ . Déterminer  $a$  et  $b$  en fonction de  $p_0$  et  $r_1$ .
2. Déterminer la température  $T_2$  de la paroi extérieure.
3. Exprimer  $p_0$  en fonction de  $I$ ,  $\gamma$ ,  $r_1$  et  $r_2$ .

**Exercice 3**

On considère un fil électrique rectiligne de longueur  $\ell = 1$  m et de rayon  $r = 1$  mm soumis à une d.d.p.  $U$  et parcouru par un courant  $I$ . Les transferts thermiques se font par convection avec l'atmosphère à la température  $T_0 = 298$  K. La température du fil est uniforme.

Déterminer en régime permanent la caractéristique  $I = f(U)$ . Commenter.

On donne l'expression de la résistance du fil :  $R = \rho \frac{\ell}{\pi r^2}$ ; la résistivité du cuivre  $\rho_0 = 1,72 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$  à  $T_0$ ; le coefficient de résistivité  $\frac{d \ln \rho}{dT} = \alpha \approx 10^{-7} \text{ K}^{-1}$  et le coefficient pariétal  $h = 10 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ .

**Exercice 4**

Un fil électrique cylindrique, d'axe  $Oz$ , de longueur  $L$  et de rayon  $a \ll L$ , de conductivité électrique  $\sigma$  est parcouru par un courant électrique de vecteur densité de courant  $\vec{j}_{el} =$

$j \vec{e}_z$  uniforme. L'énergie cédée par le courant au fil par effet Joule, par unités de volume et de temps, est alors  $P = \vec{j}_{el} \cdot \vec{E} = \frac{j^2}{\sigma}$

On se place en régime stationnaire et on suppose le fil très long de telle sorte que la température ne dépend que de  $r$  en coordonnées cylindriques.

1. En faisant un bilan d'énergie, montrer que la température et solution de :

$$\frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{j^2}{\sigma} = 0$$

2. En déduire que  $T(r)$  et de la forme :  $T(r) = -\frac{j^2 r^2}{4\sigma\lambda} + \alpha \ln(r) + \beta$

et justifier que nécessairement  $\alpha = 0$ . Quel est le point dont la température est la plus élevée? Était-ce prévisible?

3. Le fil évacue vers l'atmosphère (de température  $T_0$ ) une quantité de chaleur par unité de temps  $P = 2\pi a L h (T(a) - T_0)$  où  $h$  est une constante telle que  $ah \ll \lambda$ . En faisant un bilan d'énergie sur l'ensemble du fil, déterminer  $\beta$  en fonction des données.

4. On note  $T_F$  la température de fusion du fil. En déduire le rayon  $a$  d'un fusible destiné à fondre pour un courant d'intensité  $I_M$  (on prendra comme critère que le fil fond quand la température au centre atteint  $T_F$ ).

**Exercice 5**

On étudie une pièce que l'on suppose parfaitement isolée, sauf au niveau du double vitrage des quatre fenêtres. Chaque double vitrage a une surface  $S = 1,8 \text{ m}^2$  est constituée de deux vitres d'épaisseurs  $e_v = 2,5$  mm en verre, de conductivité thermique  $\lambda_v = 1,2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . Entre les deux vitres se trouve une tranche d'air sec d'épaisseur  $e_a = 35$  mm, de conductivité thermique  $\lambda_a = 0,023 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

La pièce est à température  $T_p$  et l'air extérieur à  $T_0 = 275$  K. Entre la surface de la vitre intérieure, à la température notée  $T_{surf}$ , et l'air de la pièce à la température  $T_p$ , le vecteur densité de flux thermique est donné par la loi de Newton :  $h(T_{surf} - T_p)$  avec  $h$  le coefficient d'échange entre la vitre et l'air :  $h = 9,3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Les échanges thermiques entre la surface de la vitre extérieure et l'air extérieur suivent la même loi avec le même coefficient. En première approximation, on considère par contre que l'air prisonnier entre les deux vitres est immobile, et que les échanges ne sont donc que diffusifs.

1. Calculer la résistance thermique d'une vitre, de la lame d'air sec, puis d'une interface air-verre.
2. En déduire la résistance thermique d'une fenêtre.
3. Quelle puissance doit fournir le chauffage pour maintenir une différence de température de 23 K entre l'intérieur et l'extérieur? Quelle serait-elle pour un simple vitrage

d'épaisseur  $2e_v$  ?

*Remarque : en pratique, il faut tenir compte des mouvements de convection de l'air sec, ce qui diminue ce gain d'isolation.*

On éteint le chauffage alors que la température de la pièce est  $T_p(t=0) = 298\text{K}$ . L'air de la pièce a une capacité calorifique à volume constant notée  $C$ . On considère que l'air de la pièce évolue à volume constant.

- Établir l'équation différentielle de  $T_p(t)$ . Donner un système électronique équivalent au problème étudié.
- Exprimer  $T_p(t)$ .
- Sachant que la pièce a une surface de  $50\text{m}^2$  pour une hauteur de 3 m, calculer le temps pour que la pièce refroidisse de 12 K. On donne la masse molaire de l'air à 29 grammes par mole, le coefficient de Laplace  $\gamma = 1,4$  et la pression de la pièce au moment de l'arrêt du chauffage à 1 bar.

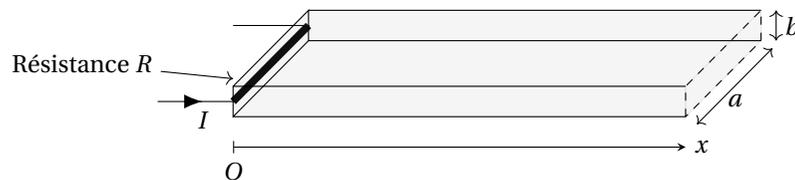
### Exercice 6

On considère un mammifère comme une boule de muscle de centre  $O$  et de rayon  $R$ . Il dégage une puissance volumique  $P$  uniforme dans tout son volume. L'animal est plongé dans un milieu de conductivité  $\lambda$ . La température loin de l'animal est  $T_0$ .

- Citer la loi de Fourier. Donner son expression en coordonnées sphériques.
- On s'intéresse à la température  $T$  du milieu ambiant ( $r \geq R$ ) en régime permanent. Déterminer le flux thermique à travers une sphère de rayon  $r \geq R$  de deux façons différentes.
- En déduire l'équation différentielle vérifiée par  $T$  et la résoudre.
- Quelle est la température cutanée  $T_c$  de l'animal en  $r = R$ ? Commenter.

### Exercice 7

Soit une plaquette de longueur infinie, de section  $a \times b$ , de conductivité thermique  $\lambda$ . En  $x = 0$ , on installe une résistance chauffante  $R$  alimentée par un courant d'intensité  $I$ .



La plaquette est plongée dans l'air à la température  $T_0$ . On néglige la convection à l'interface plaquette-air mais on tient compte du rayonnement émis. La loi de Stefan stipule

qu'un élément de surface de la plaquette à la température  $T$  rayonne une puissance surfacique  $\sigma T^4$  où  $\sigma$  est une constante. La température est considérée uniforme dans les sections droites de la plaquette.

- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la température  $T(x)$  en régime stationnaire.
- En déduire la température locale  $T(x)$ .

### Exercice 8

Une stalactite est modélisée par un cylindre de glace entourée d'une fine couche d'eau liquide. Exprimer l'évolution de la vitesse de croissance radiale de la stalactite.

Le transfert thermique reçu par une portion  $dS$  de surface de l'eau, depuis l'air extérieur, pendant une durée  $dt$  est donné par :  $\delta q = h(T_{ext} - T_{eau}) dS dt$  où  $h$  est une constante.

### Exercice 9

Au XIX<sup>e</sup> siècle, les balles de plomb étaient produites à l'aide d'une tour. Le plomb en fusion gouttait au travers d'une passoire. Les gouttes se solidifiaient au cours de leur chute jusqu'à un bac d'eau en bas de la tour.

- Le bac d'eau est à 273 K, quel doit être le transfert d'énergie total pour que la bille n'excède pas la température de l'eau?
- La bille possède une masse  $m$  et un rayon  $R$ , déterminer le temps de chute de la bille.
- La bille se refroidit selon la loi de Newton :  $P = hS(T - T_a)$ , en prenant  $T$  comme la température moyenne de la bille de plomb, déterminer le rayon maximal que peut avoir la bille.
- En vous appuyant sur l'équation de la chaleur, trouver le temps caractéristique de refroidissement de la bille, comparer votre résultat avec le temps de la chute pour une hauteur  $h=40$  mètres.

Données :

- Température de fusion du plomb  $T_{fus} = 327\text{ }^\circ\text{C}$
- Enthalpie de fusion :  $\Delta_{fus}H^\circ = 4,8\text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
- Masse molaire  $M_{pb} = 207\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
- Capacité thermique  $c = 129\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
- $T_a = 375\text{ K}$